

**Věta 1** (Linearita střední hodnoty). *Nechť  $X, Y$  jsou náhodné diskrétně rozdělené veličiny na pravděpodobnostním prostoru  $\Omega$ . Potom platí  $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}X + \mathbb{E}Y$ .*

*Důkaz.* Buďte  $A = \{a_1, a_2, \dots\}$  a  $B = \{b_1, b_2, \dots\}$  obory hodnot  $X$ , resp.  $Y$ . Potom veličina  $X + Y$  je konstantní na množinách  $T_{ij} = X^{-1}(a_i) \cap Y^{-1}(b_j)$  s hodnotami  $a_i + b_j$  a lze psát

$$\begin{aligned}\mathbb{E}X + \mathbb{E}Y &= \sum_i a_i \mathbf{P}(X = a_i) + \sum_j b_j \mathbf{P}(Y = b_j) \\ &= \sum_j \sum_i a_i \mathbf{P}(X = a_i, Y = b_j) + \sum_i \sum_j b_j \mathbf{P}(Y = b_j, X = a_i) \\ &= \sum_{i,j} (a_i + b_j) \mathbf{P}(X = a_i, Y = b_j) = \mathbb{E}(X + Y).\end{aligned}$$

□